

Einleitung

Themenorientierter Mathematikunterricht (TheMa)

Die Aufgabensammlung TheMa versteht sich als Ergänzung zu den Schulbüchern mit dem Fokus auf:

- Alters- und Lebensweltorientierung (authentische Aufgaben)
- Komplexität
- offene Aufgaben
- Differenzierung

Die Stärke der Aufgaben von TheMa ist es, die Schüler*innen kreativ zu eigenen Lösungswegen zu ermutigen.

Kompetenzorientierter Unterricht bringt Lernende vom Wissen und Verstehen ins Handeln und sollte lernseits an die Erfahrungs- und Lebenswelt der Schüler*innen anknüpfen (Schratz, 2009). Diese Anforderung findet sich im Genetischen Prinzip des Lehrens und Lernens (LP, S. 91), das fordert, dass der Unterricht an das Vorverständnis und an die Erfahrungswelt des Lernenden anknüpft. Weil man Verstehen jedoch nicht lehren kann, kann mathematisches Wissen nach Erich Wittmann (1999) demnach auch nicht vermittelt werden. Vielmehr kann Wissen nur vom Lernenden selbst erworben und Verständnis nur von ihm selbst aufgebaut werden. Das Konzept des themenorientierten Mathematikunterrichts knüpft genau an diese Forderung an. Analog zu den Fächern Deutsch und Englisch werden in mehrwöchigen Unterrichtsabschnitten lebensnahe Themen (z. B. Einkaufen, Umwelt, Spiel & Sport, Ferienzeit) bearbeitet. Aufgaben aus dem Alltag, denen die Handlungsbereiche des Mathematik-Kompetenzmodells der Sekundarstufe 1 zugrunde liegen, sollen bei den Lernenden Lernprozesse nach dem Motto „zuerst anwenden, dann üben“ (Wiesinger et al., 2018, S. 22) auslösen. In der Praxis bedeutet das: Die Schüler*innen beginnen, eine authentische Aufgabe zu bearbeiten. Reichen bis dahin gelerntes mathematisches Wissen und Können nicht aus, um die Aufgabe fertig zu bearbeiten, erkennen sie die Notwendigkeit, neue mathematische Inhalte, die für ein Weiterarbeiten notwendig sind, zu erlernen. Nach einer Sequenz, in der diese trainiert und gefestigt werden, kehren die Lernenden wieder zur Aufgabe zurück und lösen diese fertig. „Am Vormittag lernen und üben, am Nachmittag Mathematik erleben“ ist das Motto des Themenorientierten Mathematikunterrichts.

Offene und halboffene Aufgabenformate ermöglichen den Lernenden, Leistungen auf unterschiedlichen Komplexitätsstufen zu erbringen. Die Lebensnähe der Aufgaben und der Aspekt des Vorwissens der Schüler*innen ermöglicht mit TheMa ein hohes Maß an Individualisierung und Differenzierung und fördert sowohl eigenständiges als auch kooperatives Lernen (vgl. 4K-Modell für Lernende im 21. Jahrhundert, Lehrplan der Mittelschule, S. 2). Bei offenen Aufgabenstellungen können die Schüler*innen, ihr Wissen und Können zur Problemlösung anwenden. Die Lebensnähe der Aufgaben inkludiert den Erwerb fächerübergreifender Kompetenzen von übergreifenden Themen wie Umweltbildung, Politische Bildung, Sprachliche Bildung, Verkehrs- und Mobilitätsbildung, ... und soll Selbstkonzept und Motivation der Lernenden stärken. Diese Formate braucht es, um die Qualität von Schüler*innenperformanzen kriterienorientiert zu bewerten. So werden die Schüler*innen darauf vorbereitet, Alltagsprobleme mit Hilfe der Mathematik zu lösen, denn das wirkliche Leben stellt nur offene Aufgaben, für die es nie nur einen Lösungsweg gibt.

Da mathematische Inhalte in mehrere Themen eines Schuljahres eingebettet sind (siehe Übersicht S. 8 f), führt das bei Kindern zu nachhaltigem Lernen. Darüber hinaus eignet sich TheMa besonders für die Kooperation mit anderen Fächern, weil z. B. Themen wie „Umwelt“ auch Bereiche aus Biologie, Geografie, ... mitdenken. Das bringt die Schüler*innen weg von Fachdenken hin zu einem vernetzten Denken über mehrere Bereiche.

Folgende **Kernideen** werden bei TheMa verfolgt:

- Der Fokus liegt auf den Handlungsbereichen des Kompetenzmodells für Mathematik.
- Mathematische Rechenverfahren „Vokabeln und Grammatik“ werden dann trainiert, wenn sie zur Bearbeitung einer authentischen Aufgabe benötigt werden.
- Kompetent sein bedeutet (mathematisch) handeln können. Die Vielseitigkeit der Aufgaben ermöglicht es, Schüler*innen ihr Handeln zeigen zu können.

Im Vordergrund steht nicht länger die punktuelle Vermittlung von innermathematischem Fachwissen, sondern die Problemlöse- und Argumentationsfähigkeiten. Schüler*innen sollen in der Lage sein, nicht bloß zu rechnen, sondern ein ausgewogenes Bild der Mathematik– im Sinne eines Zusammenspiels aller Kompetenzbereiche – zu erhalten.

Aufbau der Kapitel

Rückwärtiges Lerndesign

Zentrales Merkmal wirksamen Unterrichts ist ein Lerndesign „vom Ende her“ mit klaren Zielen und Erfolgskriterien (Hattie, 2014, S. 93).

So beginnt jedes Kapitel mit einen „backward design“. Dieses rückwärtige Lerndesign (RLD) zu jedem lebensnahen Thema besteht aus

- Kernideen und Kernfragen, die die Lernwege der Schüler*innen begleiten.
- Lernzielen (Wissen, Verstehen, Tun-Können), die einem klaren Bezug zu den Bildungsstandards aufweisen und am Ende beurteilt werden können.
- einer oder mehreren authentischen Leistungsaufgaben, die den Lernerfolg sichtbar machen.
- Kriterien, anhand derer die Performanzen der Lernenden auf unterschiedlichen Qualitätsstufen beschrieben und beurteilt werden können (Westfall-Greiter, Schlichtherle, 2016, S. 2).

Kompetenzorientierung und Lösungen der Aufgaben

Die Aufgaben aus TheMa orientieren sich am Mathematik-Kompetenzmodell mit den im Lehrplan festgelegten Inhaltsbereichen, den vier Handlungsbereichen Darstellen und Modellbilden, Rechnen und Operieren, Interpretieren bzw. Argumentieren und Begründen, sowie den drei Komplexitätsstufen (BIFIE, 2011, S. 10 f.).

Ziel des kompetenzorientierten Mathematikunterrichts ist ein Arbeiten auf allen vier Handlungsebenen, das Leistungen auf allen drei Komplexitätsstufen ermöglicht.

		Komplexitätsbereiche		
Handlungsbereiche		K1 Einsetzen von Grundkenntnissen und Grundfertigkeiten	K2 Herstellen von Verbindungen	K3 Einsetzen von Reflexionswissen, Reflektieren
	H1 Darstellen und Modellbilden	Ich kann Mathematik.		
	H2 Rechnen und Operieren			
	H3 Interpretieren			
	H4 Argumentieren und Begründen			

Abb. 1: Kompetenzmodell Bildungsstandards „Ich kann Mathematik.“ (Rothböck, 2016)

Aufgaben können sich am Depths of Knowledge, DOK (Tiefe des Wissens) – Modell von Norman Webb orientieren. Dieses wurde 1997 entwickelt, um kognitive Ansprüche von standardisierten Aufgaben festzustellen (Westfall-Greiter, 2012, S. 15 f).

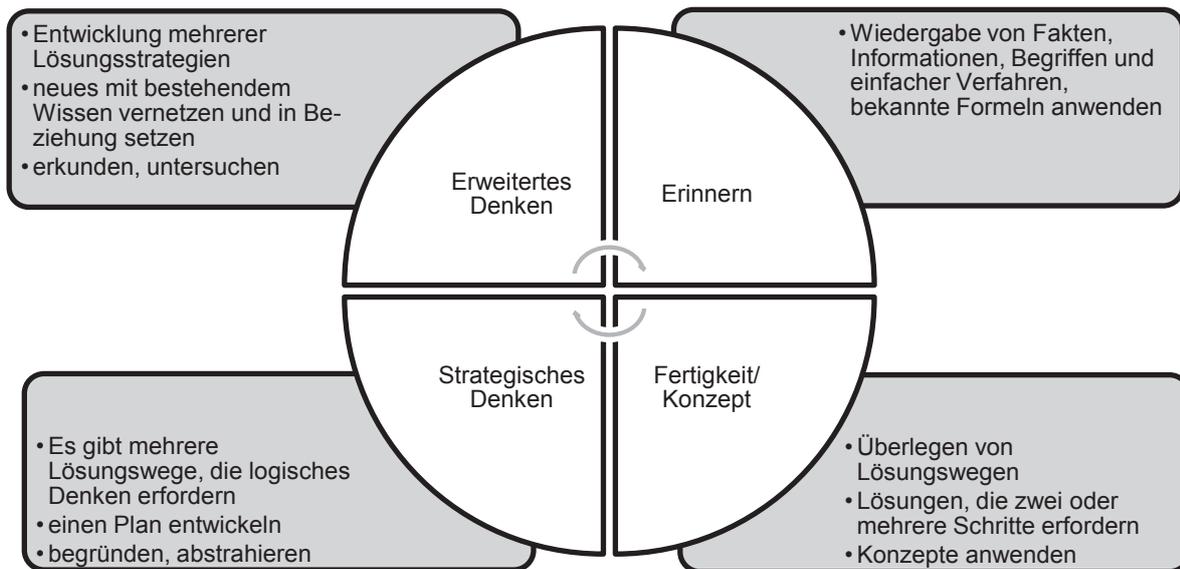
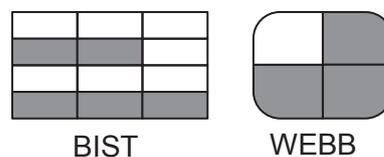


Abb. 2: Webb's Modell „Depths of Knowledge“ (Westfall-Greiter, 2012, S. 15f)

Die Aufgaben im themenorientierten Mathematikunterricht orientieren sich am DOK – Modell von Norman Webb und wurden hinsichtlich Komplexität sowohl diesem Modell als auch den Handlungs- und Komplexitätsstufen des Mathematik-Kompetenzmodells zugeordnet (vgl. Abb. 1). Sie sind bei jeder Aufgabe in folgender Form ausgewiesen:



Eindeutige Lösungen bieten alle geschlossenen Aufgaben, halboffene und offene Aufgaben ermöglichen individuelle Lösungen.

Kompetenzmodell und Kompetenzbereiche

Im Lehrplan NEU orientieren sich Kompetenzmodell, Kompetenzbereiche und die zentralen fachlichen Konzepte in Teilen an den 2009 verordneten Bildungsstandards M8 (Lehrplan der Mittelschule, S. 55). Die zentralen fachlichen Konzepte werden mit folgenden Prozessen verschränkt:

- Modellieren und Problemlösen
- Operieren (Rechnen und Konstruieren)
- Darstellen und Interpretieren
- Vermuten und Begründen

In den rückwärtigen Lerndesigns sind die Ziele zum „Tun können“ diesen Prozessen angepasst, ebenso die Bewertungskriterien und die Bewertungsskalen der Leistungsaufgaben.

Offene Aufgaben

Offene Lernaufgaben, die ein Arbeiten auf allen Komplexitätsstufen ermöglichen und alle vier Handlungsbereiche einbeziehen, sind nach Kratz (2011, S. 19) ein Merkmal kompetenzorientierten Mathematikunterrichts. Sie haben bei TheMa folgendes Design:

Der Inhalt meiner Schultasche ist ziemlich teuer. Darin sind Gegenstände, die alle ihren Preis haben.		
	Welche Daten benötigst du?	Tipps  goo.gl/QI5MHc
	Wie wertvoll ist der Inhalt deiner Schultasche, wenn du alle deine Schulsachen hineingeben könntest?	
	Vergleiche deine Ergebnisse mit anderen.	
	Wer hat den Inhalt deiner Schultasche bezahlt?	

Kriterien fürs Gelingen:



- Du arbeitest arbeitsteilig in der Gruppe. Du hast deine Schulsachen in einer Tabelle dargestellt. Du hast deren ungefähre Preise richtig ermittelt.
- Du hast die Kosten deiner Schulsachen richtig berechnet. Du hast sie in Kategorien unterteilt. Du hast die Kategorien in einem geeigneten Diagramm richtig dargestellt.
- Du hast deine Ergebnisse mit Mitschüler*innen verglichen. Du hast die Unterschiede und Ursachen dafür aufgeschrieben.
- Du hast aufgelistet, wer deine Schulsachen bezahlt hat. Die Aufteilung der Kosten hast du überdacht. Du hast Vorschläge zur Verbesserung gemacht.

Die Symbole der vier Handlungsbereiche leiten die Schüler*innen durch die offene Aufgabe, ebenso die Ideen dazu. Der QR-Code bzw. der darunter stehende Kurzlink leitet die Lernenden zu zusätzlichen Tipps für die Bearbeitung der Aufgabe. Diese sollten aber nur verwendet werden, wenn es unbedingt notwendig ist. Die Kriterien fürs Gelingen kommunizieren, welche Leistungen von den Schüler*innen erwartet wird. Das ist vor allem dann notwendig, wenn diese beurteilt werden.

Lesbarkeitsindex (LIX)

Lesbarkeitsindizes haben das Ziel, die Schwierigkeit eines Textes zu bestimmen. Die Komplexität eines Textes lässt sich allerdings nicht direkt erfassen und auch für Experten ist es schwierig, eine exakte Einschätzung vorzunehmen. Eine Möglichkeit besteht darin, Merkmale des Textes zu verwenden, um Rückschlüsse auf die Lesbarkeit zu ziehen. Zu den Merkmalen zählen beispielsweise die Länge der Sätze und Wörter, die Anzahl an Silben in den Wörtern usw. Eine sehr populäre Formel wurde von Björnsson 1968 vorgeschlagen - der Lesbarkeitsindex LIX (im Originaltext 'Läsbarhetsindex'). Dieser ergibt sich aus der Summe der durchschnittlichen Satzlänge eines Textes und des prozentualen Anteils langer Wörter (mehr als sechs Buchstaben). Auf diese Weise erhält man eine ungefähre Einschätzung der Schwierigkeit von Texten.

Damit einhergehend lässt sich eine ungefähre Einschätzung vornehmen, wie schwer ein Text zu verstehen ist. Der Lesbarkeitsindex ist damit ein nützlicher Indikator, beispielsweise wenn es darum geht, Texte in leichte Sprache umzuwandeln und gezielt zu vereinfachen. (Lenhard & Lenhard, 2014-2017).

LIX	
< 35	sehr niedrig
35 – 45	niedrig
45 – 55	mittel
55 – 65	hoch
> 65	sehr hoch

Das Autorenteam hat jeden Angabetext der Aufgabensammlung für die Grundstufe 2 mit dem Online-Rechner (<https://www.psychometrica.de/lix.html>) vereinfacht, um ihn den Stufen „sehr niedrig“ und „niedrig“ zuordnen zu können. Der LIX ist bei jeder Aufgabe ausgewiesen.

Literatur

- BIFIE. (Hrsg.). (2011). *Praxishandbuch für „Mathematik“ 8. Schulstufe*. 2. überarbeitete Auflage. Graz: Leykam.
- BMBWF (2021). *Lehrplan der Mittelschule. Verordnungsentwurf*. Abgerufen am 16. August 2022 von https://www.bmbwf.gv.at/Themen/schule/schulrecht/erk/lp_neu_begut/lp_vs_ss_ms_ahs_ua.html.
- Hattie, J. (2014). *Lernen sichtbar machen für Lehrpersonen*. Überarbeitete deutschsprachige Ausgabe von „Visible Learning“, besorgt von Wolfgang Beywl und Klaus Zierer. Baltmannsweiler: Schneider Verlag Hohengehren.
- Kratz, H. (2011). *Wege zu einem kompetenzorientierten Mathematikunterricht*. Ein Studien- und Praxisbuch für die Sekundarstufe. Seelze: Kallmeyer in Verbindung mit Klett.
- Lenhard, W. & Lenhard, A. (2014-2017). *Berechnung des Lesbarkeitsindex LIX nach Björnson*. Verfügbar unter: <http://www.psychometrica.de/lix.html>. Bibergau: Psychometrica. DOI: 10.13140/RG.2.1.1512.3447. Abgerufen am 18. August 2020.
- Rothböck, J. (2016). *Themenorientierte Mathematik*. http://www.nmsvernetzung.at/pluginfile.php/25520/mod_resource/content/1/TheMa_Kurzpr%C3%A4sentatio%20BLA3_G8_99.pdf. [Zuletzt aufgerufen am 2. Juni 2017]
- Schatz, M. (2009). ‚Lernseits‘ von Unterricht. Alte Muster, neue Lebenswelten – was für Schulen? *Lernende Schule* 12(46/47), 16-21.
- Westfall-Greiter, T. (2012). *Orientierungshilfe Leistungsbeurteilung*. Teil 1: Grundlage und Begriffe. <file:///C:/Users/a/AppData/Local/Temp/Orientierungshilfe%20Leistungsbeurteilung,%20Teil%201,%20Grundlagen%20und%20Begriffe,%20Tanja%20Westfall-Greiter,%20ZLS-NMSEB-1.pdf>. [Zuletzt aufgerufen am 10.09.2020]
- Westfall-Greiter, T., Schlichtherle, B. (2016). *Werkstätten Lerndesignarbeit*. Werkzeuge für Praxisentwicklung. Wien: BMBWF.
- Wiesinger, A., Schwack, G., Rothböck, J., Kemethofer, D. & Weber, C. (2018). *Themenorientierter Mathematikunterricht - Synthese durch Aufgaben*. *Journal für schulentwicklung*, 22(4), 19-25.
- Wittmann, E. (1989). *Mathematiklernen zwischen Skylla und Charybdis*. In: Beiträge zur Lehrerinnen- und Lehrerbildung 7 (1989) 2, 227-239.

Lehrplan											
		Einkaufen	Spiel & Sport	Ferien	Kochen	Malen & Zeichnen	Freunde	Helfen	Umwelt	Heimat	Wohnen
Die Schüler*innen können											
Zahlen und Maße	mit Vielfachen und Teilern natürlicher Zahlen sowie mit Aussagen über Teilbarkeit arbeiten; ¹⁰	1.4					6.5				
	nichtnegative Dezimal- und Bruchzahlen sowie ganze Zahlen interpretieren, darstellen und vergleichen	1.2, 1.6		3.5, 3.7	4.2, 4.5, 4.6, 4.7, 4.8, 4.11, 4.12		6.6, 6.7, 6.8, 6.9, 6.10, 6.11		8.1, 8.2, 8.7		10.8
	Rechenoperationen mit nichtnegativen Bruchzahlen durchführen und interpretieren; die Addition bzw. Subtraktion einer natürlichen Zahl zu bzw. von einer ganzen Zahl als Bewegung auf der Zahlengeraden deuten	1.2	2.6, 2.9	3.1, 3.8	4.1, 4.3, 4.5, 4.6, 4.7, 4.8, 4.11, 4.12	5.7,	6.1, 6.6, 6.10, 6.11		8.1, 8.2, 8.4, 8.5, 8.6,		10.9
	mit Proportionalitäten und Prozenten arbeiten. ^{12, 13}	1.1, 1.3, 1.6, 1.7, 1.8, 1.9, 1.10, 1.11	2.7, 2.8	3.2, 3.4, 3.5, 3.7, 3.8, 3.9, 3.10, 3.11	4.5, 4.6, 4.7, 4.8, 4.9, 4.10	5.1, 5.7, 5.8	6.7, 6.8	7.1, 7.8, 7.9	8.1, 8.2, 8.3, 8.4, 8.5, 8.7	9.1, 9.2, 9.3, 9.4, 9.5	10.3, 10.7
Variablen und Funktionen	Terme, Gleichungen und Formeln auch mit Brüchen und im Zusammenhang mit Proportionalitäten und Prozenten aufstellen und interpretieren	1.5	2.6, 2.7, 2.9	3.2, 3.4	4.4	5.9	6.2, 6.3, 6.4				10.1
	lineare Gleichungen durch Umkehren von						6.2, 6.3, 6.4				